

文章编号:1008-1534(2017)04-0259-06

基于非线性破坏准则的地基临界荷载计算

欧阳志, 鞠兴华

(陕西铁路工程职业技术学院, 陕西渭南 714099)

摘要:为计算基于非线性 Mohr-Coulomb 破坏准则影响下的条形基础地基临界荷载,通过“切线法”引入变量 c_t 和 φ_t ,根据地基土体的极限平衡条件建立地基中任意一点处的应力平衡方程,给出了地基临界荷载 $p_{1/4}$ 的迭代计算方法,并结合算例计算分析了强度参数 σ_c, c_0 和基础埋深 d 取不同值时非线性参数 m 对地基临界荷载的影响。结果表明,非线性破坏准则对地基临界荷载和塑性区的位置有重要影响;引入非线性破坏准则会明显减小临界荷载的计算值,并且 $z_{\max} = b/4$ 时的地基塑性变形区域更靠近于基础内侧。引入非线性破坏准则更符合地基实际,可更准确地评价承载力的大小。

关键词:地基基础工程;非线性破坏准则;条形基础;临界荷载;塑性区最低点位置;迭代法

中图分类号:TU443

文献标志码:A

doi: 10.7535/hbgykj.2017yx04005

Critical load calculation of foundation based on nonlinear failure criterion

OUYANG Zhi, JU Xinghua

(Shanxi Railway Institute, Weinan, Shanxi 714099, China)

Abstract: In order to calculate the critical load of strip footing under a nonlinear Mohr-Coulomb failure criterion, the variables c_t and φ_t are created by a generalized tangential technique, the equilibrium equation of total stress at any point in the foundation is established according to the limit equilibrium condition of subsoil, and a iterative calculation method of critical load $p_{1/4}$ of the foundation is presented. Through an sample, the effect of different m on the critical load of the foundation when the strength parameters σ_c, c_0 and footing embedded depth d take different values is calculated. The results show that nonlinear failure criterion has important influence on the critical load and the location of plastic zone in the foundation. Using nonlinear Mohr-Coulomb failure criterion could decrease the calculated value of the critical load, and the location of plastic zone of the foundation is closer to the center line when $z_{\max} = b/4$. The introduction of nonlinear failure criterion can better conform to the foundation reality and accurately evaluate the bearing capacity.

Keywords: ground foundation engineering; nonlinear failure criterion; strip footing; critical load; position of lowest point at plastic zone; iterative method

地基临界荷载作为中国常用的地基承载力计算参数,一直以来都备受学术界和工程界关注。实践

表明,在保证建筑物安全使用的情况下,是可以允许地基自基底以下一定深度范围内出现塑性区的^[1]。

收稿日期:2017-04-25;修回日期:2017-05-25;责任编辑:冯 民

基金项目:陕西省教育厅科研项目(15JK1169)

第一作者简介:欧阳志(1983—),男,陕西渭南人,讲师,硕士,主要从事道路路基病害防治方面的研究。

E-mail:ouyangzhi_good@163.com

欧阳志,鞠兴华.基于非线性破坏准则的地基临界荷载计算[J].河北工业科技,2017,34(4):259-264.

OUYANG Zhi, JU Xinghua. Critical load calculation of foundation based on nonlinear failure criterion[J]. Hebei Journal of Industrial Science and Technology, 2017, 34(4): 259-264.

地基中的塑性区首先从基底两侧的边缘处产生,然后分别向两侧和压密土楔顶点的方向发展,倘若基底以下塑性区的最大开展深度 z_{\max} 达到基础宽度 b 的 $1/4$ 时,对应的地基地部附加应力即为地基临界荷载 $p_{1/4}$ 。

在一般的土力学教材和资料上,地基临界荷载均是假定在 $k_0=1.0$ 和线性的 Mohr-Coulomb 强度条件下得到的,这与实际情况不符。假定 $k_0=1.0$ 是将地基中的自重应力视为静水压力状态,是对天然地基的人为加固,因此会过高估计地基的承载能力^[2];而土体发生剪切破坏时的大、小主应力通常情况下也为非线性的关系,线性关系仅仅是其中的一个特例^[3]。文献[2]和文献[4—6]基于不同的弹性理论在假定 $k_0 \neq 1$ 的条件下对地基临界荷载进行了研究,但是都没有考虑地基土发生剪切时,大、小主应力非线性关系的影响。文献[3]和文献[7]研究了非线性破坏准则与岩土材料地基承载力的关系。文献[8]基于二次型 Mohr 包络线对地基中塑性区的发展规律进行了研究。但关于非线性强度准则对地基临界荷载的影响规律,目前还未发现有研究。因此,本文根据非线性 Mohr-Coulomb 准则的“切线法”表达式^[9-10],建立地基中任意一点的应力平衡式,然后结合算例,对非线性破坏准则影响下地基临界荷载变化规律进行研究。

1 非线性 Mohr-Coulomb 破坏准则

在一般的土力学研究中,土体的剪切破坏大多假定服从线性的 Mohr-Coulomb 破坏准则(以下简称“MC 准则”)。然而,大量的工程实践和实验研究表明^[11-13],在软弱围岩,尤其在土中,材料剪切破坏时的大、小主应力为非线性的关系,非线性关系表达式可用式(1)表示。式(1)通常被称为 Power-Law 准则,也称非线性 MC 破坏准则。

$$\tau = c_0 (1 + \sigma_n / \sigma_t)^{1/m}, \quad (1)$$

式中: c_0 表示 Mohr 包络线与纵轴的截距; c_0, σ_t 均为岩土材料与剪切有关的参数。 m 决定了 Mohr 包络线的弯曲程度,当 $m=1.0$ 时,式(1)表示线性的 MC 准则, c_0 和 $\varphi_0 = \arctan(c_0/\sigma_t)$ 分别表示地基土的黏聚力和内摩擦角。但为保证曲线的外凸性,一般要求 $m > 1.0$ 。

将式(1)在坐标系中绘制曲线,如图 1 所示。

在图 1 所示的曲线型 Mohr 包络线上,任一点 P 处的切线方程可用式(2)表示。

$$\tau = c_t + \sigma_n \tan \varphi_t, \quad (2)$$

式中: $c_t, \tan \varphi_t$ 分别为图 1 中切线的截距和斜率。

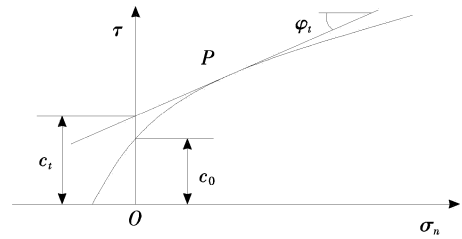


图 1 非线性破坏准则曲线的切线

Fig. 1 Tangential line of envelop of nonlinear failure criterion

以 φ_t 为变量, $c_t, \tan \varphi_t$ 可表示为

$$c_t = \frac{m-1}{m} c_0 \left(\frac{m \sigma_t \tan \varphi_t}{\sigma_0} \right)^{\frac{1}{1-m}} + \sigma_t \tan \varphi_t, \quad (3)$$

$$\tan \varphi_t = \frac{d\tau}{d\sigma_n} = \frac{1}{m \sigma_t} c_0 \left(1 + \frac{\sigma_n}{\sigma_t} \right)^{\frac{1-m}{m}}. \quad (4)$$

式(3)、式(4)中, σ_n 表示该切点处的正应力。可以看出,土中某点处对应的抗剪强度与该点的正应力有关。因此,对于实际计算,应首先确定破坏面处某点的正应力 σ_n ,再由式(3)、式(4)可求出该点对应非线性 MC 破坏准则的 c_t, φ_t 值。

下面用式(2)所示的 Mohr 包络线切线方程,来推导地基在条形受载时土中任一点处的应力平衡方程,进而对非线性参数 m 不同取值条件下的地基临界荷载变化规律进行研究。

2 基于非线性强度准则的临界荷载计算方法

如图 2 所示,假设条形基础的宽度为 b ,埋深为 d ,均布的基底附加应力为 $p_0 = p - \gamma_0 d$ 。基础底面的接触压力为 p ,地基土的重度为 γ_0 ,土的静止侧压力系数为 k_0 。借鉴前人的研究成果^[2],可知基底以下地基中 M 点处的总应力表达式为

$$\begin{cases} \sigma_z = \frac{p_m}{\pi} (\beta + \sin \beta \cos \psi) + \gamma_0 d + \gamma z, \\ \sigma_x = \frac{p_m}{\pi} (\beta + \sin \beta \cos \psi) + k_0 (\gamma_0 d + \gamma z), \\ \tau_{xz} = \frac{p_m}{\pi} \sin \beta \sin \psi. \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\beta = \beta_1 - \beta_2$; $\psi = \beta_1 + \beta_2$; p_m 为考虑非线性强度准则时的基底附加应力。

根据材料力学知识,可得 M 点处的大、小主应力为

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix} \right\} = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xz}^2}. \quad (6)$$

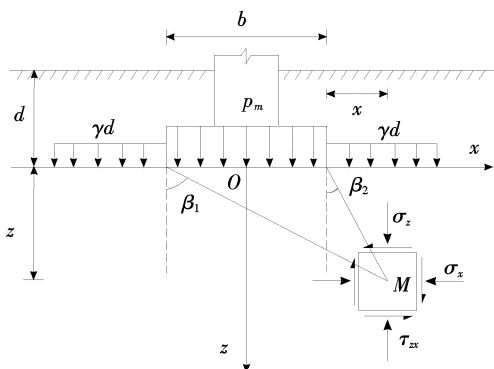


图 2 条形均布荷载下地基内任一点总应力
Fig. 2 Total stress in ground under strip uniform distributed load

如前所述,地基土的塑性区首先是在荷载的边缘处产生,并且在基础边缘下 $b/4$ 深度范围的塑性区内 τ_{xz} 通常大于 $(\sigma_z - \sigma_x)/2$, 因此可利用近似公式^[14] $\sqrt{a^2 + b^2} = 1.0a + 0.376b \approx a + 0.38b (a \gg b)$, 可将式(6)转化为

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix} \right\} = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} \pm \left[\tau_{xz} + \frac{0.38}{2}(\sigma_z - \sigma_x) \right] = g_1(p_m) \pm g_2(p_m). \quad (7)$$

式中:

$$g_1(p_m) = \frac{p_m}{\pi} \beta + \frac{1}{2}(1+k_0)(\gamma_0 d + \gamma z),$$

$$g_2(p_m) = \frac{p_m}{\pi} \sin \beta + 0.19(1-k_0)(\gamma_0 d + \gamma z).$$

根据非线性 MC 准则,土体的极限平衡条件可表示为

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \times \frac{1}{\cos \varphi_t} = c_t + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \tan \varphi_t. \quad (8)$$

将式(7)代入式(8),整理后可得

$$p_m = \frac{\pi c_t \cos \varphi_t}{\sin \beta - \beta \sin \varphi_t} + \frac{\pi(\gamma_0 d + \gamma z)}{\sin \beta - \beta \sin \varphi_t} \times \frac{1}{2} [(1+k_0) \sin \varphi_t - 0.38(1-k_0)]. \quad (9)$$

又由式(4)可得

$$\sigma_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi_t = g_1(p_m) - g_2(p_m) \sin \varphi_t. \quad (10)$$

结合式(7),对式(10)进行变换,可得

$\tan \varphi_t =$

$$\frac{1}{m \sigma_t} c_0 \left(1 + \frac{g_1(p_m) - g_2(p_m) \sin \varphi_t}{\sigma_t} \right)^{\frac{1-m}{m}}. \quad (11)$$

将 p_m 代入式(11),即可将式(11)转化为仅含有 φ_t 的一元方程表达式,由于一般的解析方法难以求解该方程,因此本文采用迭代法对 φ_t 进行计

算。令

$$f(\varphi_t) = \frac{1}{m \sigma_t} c_0 \left(1 + \frac{g_1(p_m) - g_2(p_m) \sin \varphi_t}{\sigma_t} \right)^{\frac{1-m}{m}}, \quad (12)$$

即可得到关于 φ_t 的一般迭代法表达式

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n - \frac{\arctan[f(\varphi_n)] [1 + f^2(\varphi_n)]}{f'(\varphi_n)}. \quad (13)$$

迭代方法采用依次不断增大 m 值,不断更新迭代初始点的多次反复迭代,具体步骤如下。

对于给定的 β ,先假定 $m=1.1$,在 $\varphi_n = \varphi_0$ (φ_0 为基于线性 MC 准则时的地基土内摩擦角)处对式(13)开始进行迭代,当 $|\varphi_{n+1} - \varphi_n| \leq 10^{-4}$ 时,迭代停止,求出 φ_{m1} 和 p_{m1} ;然后假定 $m=1.2$,在 $\varphi_n = \varphi_{m1}$ 处对式(13)进行迭代,当 $|\varphi_{n+1} - \varphi_n| \leq 10^{-4}$ 时,迭代停止,求出 φ_{m2} 和 p_{m2} ;接下来每次对 m 增加 0.1,在上一级 m 值条件求出的 $\varphi_{m(n)}$ 处对式(13)进行迭代,然后再求出新的 $\varphi_{m(n+1)}$ 和 $p_{m(n+1)}$,如此循环,直至求出给定 m 值时的 φ_m 和 p_m 。

假定 $z = b/4$,用 $\beta = \arctan[(4x + 4b)/b] - \arctan[4x/b]$ 替换式(9)中的 β 。由于基础两边的塑性区是对称的,故取基底以下地基的右半边考虑,令 x 在 $(-0.5b, 0.5b)$ 上以 $0.01b$ 的等差取值,利用上述迭代方法求出各 x 坐标处的 p_m 值,取其中的最小值作为此时地基的临界荷载 $p_{1/4}$ 。

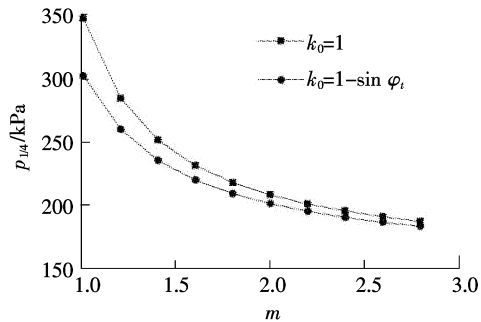
3 非线性破坏准则对地基临界荷载的影响

3.1 基于非线性破坏准则的地基临界荷载计算值

算例 1:有一个条形基础,宽 $b=4$ m,地基土的重度 $\gamma_0 = \gamma = 19$ kN/m³,基础埋深 $d=3$ m,地基土为一般黏性土, $c_0 = 30$ kPa, $\sigma_t = 92.33$ kPa, 即当 $m=1$ 时, $\varphi_0 = 18^\circ$, 静止侧压力系数 k_0 分别取 1.0 和 $1 - \sin \varphi_t$ ^[15], 非线性强度参数 m 在 1.0~2.8 上以 0.2 的等差取值,利用上述迭代方法分别计算 m, k_0 在不同组合情况下的地基临界荷载 $p_{1/4}$ 和此时的临界夹角 β , 所得结果如图 3、图 4 所示。

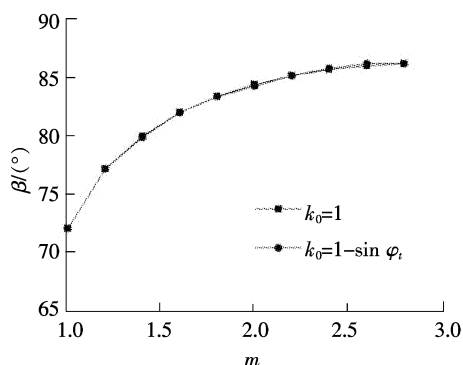
如图 3 所示,当 k_0 一定时, $p_{1/4}$ 随 m 增大而减小,且随着 m 的增大, $p_{1/4}$ 刚开始减小得较快,之后越来越慢,此结论与文献[3]得到的地基极限承载力变化规律一致。结合图 1 可知, m 的增大使得 Mohr 包络线呈非线性程度的增加, Mohr 包络线向下弯曲,土体剪切破坏时的 $\sigma_1 - \sigma_3$ 减小,从而降低地基的承载能力;当 $m=1.8$ 时,地基承载力分别降低了 37.2% 和 30.6%, 即采用非线性破坏准则对地基临界荷载的计算值有重要影响。

另外,从图 3 中还可看出,当 m 一定, $k_0 = 1.0$

图3 不同 k_0 值时 $p_{1/4}$ 与 m 的关系Fig. 3 Relationship between critical load $p_{1/4}$ and m under different coefficient k_0

时的 $p_{1/4}$ 计算值大于 $k_0=1-\sin \varphi_t$ 的值,且两者之间的差值随 m 的增大而减小,结合式(5)可知, k_0 的减小将必然导致主应力关系式 $\sigma_1+\sigma_3$ 的增大和 $\sigma_1-\sigma_3$ 的减小,根据 Mohr-Coulomb 破坏准则,在其他条件不变的情况下, $\sigma_1+\sigma_3$ 的增大和 $\sigma_1-\sigma_3$ 的减小均可使土体更容易发生剪切,以致于降低地基的承载力。当 $m=1.0$ 时,本文所得结果与文献[2]方法得到的结果相等,也验证了本文方法的正确性。

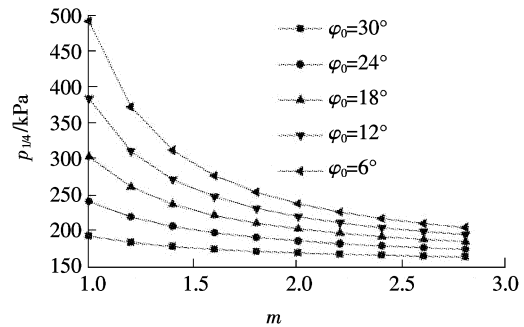
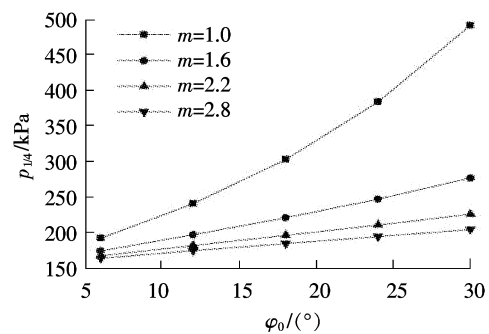
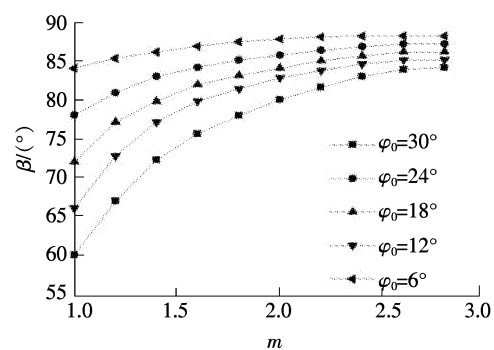
由图4可知,临界夹角 β 随 m 的增大而增大,即图2中的 x 值不断减小。说明当基底应力达到临界荷载 $p_{1/4}$ 时,与以往所得结果 $\beta=\pi/2-\varphi_0$ 相比,随着 Mohr 包络线非线性参数 m 的增大,地基中塑性区最低点的位置将发生朝向基础内侧的方向移动,并且随着 m 的不断增大,塑性区最低点位置刚开始移动的较多,之后越来越少。由此可见,当考虑地基土的非线性破坏影响时, $z_{\max}=b/4$ 时的地基塑性区变形区域将更靠近基础的内侧,非线性破坏准则对地基塑性区的位置有重要影响。

图4 不同 k_0 值时 β 与 m 的关系Fig. 4 Relationship between critical angle β and m under different coefficient of k_0

3.2 参数敏感性分析

1) 参数 φ_0 取不同值时非线性参数 m 对 $p_{1/4}$ 和 β 的影响

参数 σ_t 值取为 285.43, 141.14, 92.33, 67.38, 51.96 kPa, 分别对应当 $m=1$ 时, φ_0 为 $6^\circ, 12^\circ, 18^\circ, 24^\circ$ 和 30° , k_0 取 $1-\sin \varphi_t$, 其他参数取值同算例 1。用上述迭代方法分别计算 φ_0, m 在不同组合条件下的地基临界荷载 $p_{1/4}$ 和此时的临界夹角 β , 计算结果如图 5—图 7 所示。

图5 不同 φ_0 值时 $p_{1/4}$ 与 m 的关系Fig. 5 Relationships between critical load $p_{1/4}$ and m under different internal friction angle φ_0 图6 不同 m 值时 $p_{1/4}$ 与 φ_0 的关系Fig. 6 Relationships between critical load $p_{1/4}$ and internal friction angle φ_0 under different m 图7 不同 φ_0 值时 β 与 m 的关系Fig. 7 Relationships between critical angle β and m under different internal friction angle φ_0

如图 5 所示,不同 φ_0 条件下计算所得临界荷载 $p_{1/4}$ 均随 m 的增大而减小,并且其减小的速度均为刚开始较快,之后越来越慢。另外, φ_0 较大(或 σ_t 较小)时的 $p_{1/4}$ 减小速度明显大于 φ_0 较小(或 σ_t 较大)时的,当 $\varphi_0 \leq 12^\circ$ (或 $\sigma_t \geq 141.14$ kPa), $m \geq 2.0$ 时,曲线的变化规律几乎水平,临界荷载 $p_{1/4}$ 也近似为

恒定值。当 m 从 1.0 增大到 2.8 时, φ_0 越大(或 σ_t 越小),地基临界荷载降低的越多,说明当其他参数不变时,地基土的 φ_0 越大,非线性参数 m 对地基临界荷载 $p_{1/4}$ 的影响越大。

从图 6 中可以看出,当 $m = 1.0$ 时,临界荷载 $p_{1/4}$ 随 φ_0 的增加呈非线性增加的规律,与前人方法所得结果一致^[2];但随着非线性参数 m 的不断增大, $p_{1/4}$ 随 φ_0 的变化规律逐渐由非线性增加的曲线转变为线性增加的直线,且 $p_{1/4}$ 与 φ_0 关系曲线的斜率也不断减小,说明 Mohr 包络线的非线性参数 m 越大,临界荷载 $p_{1/4}$ 随 φ_0 增大的越缓慢。

如图 7 所示,不同 φ_0 条件下计算所得临界夹角 β 均随 m 的增大而增大,其增加的速度均为开始较快,之后越来越慢。而且 φ_0 较大(或 σ_t 较小)时的 β 值增加速度要大于 φ_0 较小(或 σ_t 较大)时的,说明地基土的 φ_0 越大(或 σ_t 越小),非线性参数 m 对地基塑性区最低点位置的影响越大,对 $z_{\max} = b/4$ 时地基发生塑性变形的区域位置影响越大。

2) 参数 c_0 取不同值时非线性参数 m 对 $p_{1/4}$ 和 β 的影响

c_0 取为 10, 20, 30, 40 和 50 kPa, $k_0 = 1 - \sin \varphi_t$, 其他参数取值同算例 1。用上述迭代方法分别计算不同 c_0, m 组合时的临界荷载 $p_{1/4}$ 和此时的临界夹角 β , 计算结果如图 8、图 9 所示。

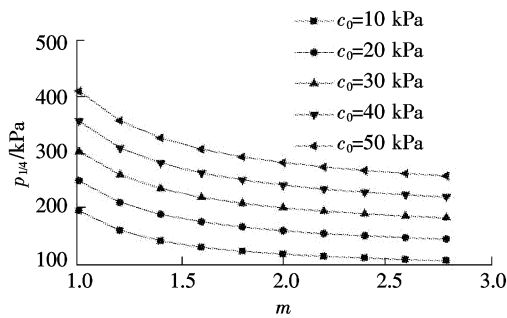


图 8 不同 c_0 值时 $p_{1/4}$ 与 m 的关系

Fig. 8 Relationships between critical load $p_{1/4}$ and m under different cohesive force c_0

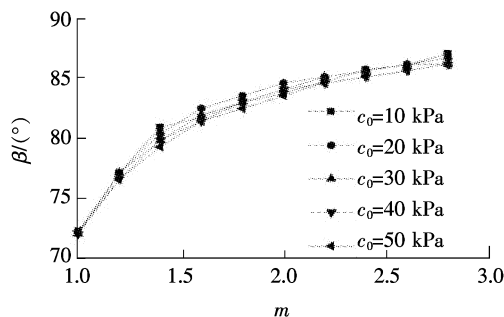


图 9 不同 c_0 值时 β 与 m 的关系

Fig. 9 Relationships between critical angle β and m under different cohesive force c_0

如图 8 所示,在不同的 c_0 条件下计算所得 $p_{1/4}$ 均随 m 的增大而减小,其减小的速度也均为刚开始较快,之后越来越慢。在不同的 c_0 条件下, $p_{1/4}$ 随 m 的变化规律几乎相同,说明当其他参数一定时,无论地基土的 c_0 有多大, Mohr 包络线的非线性参数 m 对地基临界荷载 $p_{1/4}$ 的影响规律都不变。另外,当 m 值一定时,所得 $p_{1/4}$ 随 c_0 的变化规律均为线性地增加,且对于不同的 m 值, $p_{1/4}$ 随 c_0 增大的单位增量几乎相同,说明非线性参数 m 的变化并不影响 $p_{1/4}$ 与 c_0 的关系。

如图 9 所示,不同 σ_t 值条件下计算所得临界夹角 β 均随 m 的增大而增大,其增加的速度均为刚开始较快,后来越来越慢。不同 c_0 条件下的 β 与 m 关系曲线都近乎重合,说明当其他参数一定时,无论地基土的 c_0 有多大,非线性参数 m 对地基中塑性区最低点位置的影响规律都不变。

3) 埋深 d 取不同值时非线性参数 m 对 $p_{1/4}$ 和 β 的影响

埋深 d 值取为 1, 2, 3, 4 和 5 m, $k_0 = 1 - \sin \varphi_t$, 其他参数取值同算例 1。用上述迭代方法分别计算不同 d, m 组合时的临界荷载 $p_{1/4}$ 和此时的临界夹角 β , 计算结果如图 10、图 11 所示。

如图 10 所示,不同基础埋深 d 条件下计算所得 $p_{1/4}$ 均随 m 的增大而减小,其减小的速度也均为刚开始较快,后来越来越慢。不同 d 条件下所得 $p_{1/4}$ 随 m 的变化规律几乎相同,说明当其他参数一定时,无论 d 有多大,非线性参数 m 对地基临界荷载 $p_{1/4}$ 的影响规律都不变。另外,当 m 值一定时,所得 $p_{1/4}$ 随 d 的变化规律均为线性地增加,且对于不同的 m 值, $p_{1/4}$ 随 d 增大的单位增量几乎相同,说明 Mohr 包络线的非线性参数 m 的变化并不影响 $p_{1/4}$ 与 d 的关系。

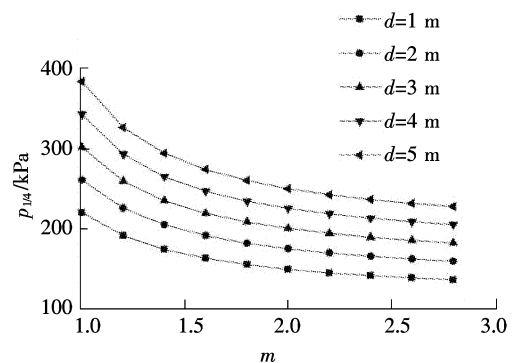


图 10 不同基础埋深时 $p_{1/4}$ 与 m 的关系

Fig. 10 Relationships between critical load $p_{1/4}$ and m under different load embedded depth

如图 11 所示,不同埋深 d 条件下计算所得 β 均随 m 的增大而增大,其增加的速度刚开始较快,后来越来越慢;不同 d 值条件下的 β 与 m 关系曲线也都近乎重合,说明当其他参数一定时,无论 d 有多大,非线性参数 m 对地基中塑性区最低点位置的影响规律都不变。

90

- [2] 隋凤涛, 王士杰, 马建超. 新的临界荷载计算公式[J]. 河北农业大学学报, 2009, 32(5): 94-97.
SUI Fengtao, WANG Shijie, MA Jianchao. New formula of critical load of subsoil[J]. Journal of Agricultural University of Hebei, 2009, 32(5): 94-97.
- [3] 杨小礼, 郭乃正, 李亮. 非线性破坏准则与岩土材料地基承载力研究[J]. 岩土力学, 2005, 26(8): 1177-1183.
YANG Xiaoli, GUO Naizheng, LI Liang. Bearing capacity of a strip footing with nonlinear failure criterion[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(8): 1177-1183.